



ISSN: 3028-9769

Vol. 4 Núm. 4 - 2026

Journal homepage: <https://idicap.com/ojs/index.php/rle/index>

Representaciones semióticas a través de las TIC: Pensamiento matemático variacional y sistemas algebraicos analíticos

Semiotic representations through ICT: variational mathematical thinking and analytical algebraic systems

Juan Carlos Rodríguez Rojas ^{a*} 

^a Universidad UMECIT, Ciudad de Panamá, Panamá

ARTÍCULO DE INVESTIGACIÓN

PALABRAS CLAVE	RESUMEN
Pensamiento matemático variacional Sistemas algebraicos analíticos Innovación educativa Representaciones semióticas TIC	<p>El presente artículo tiene como objetivo abordar la Teoría de las Representaciones Semióticas mediada por las TIC, para el fortalecimiento del Pensamiento Matemático Variacional y Sistemas Algebraicos Analíticos en los estudiantes de grado 10° de Educación Secundaria de la Institución Educativa General Santander en Villa del Rosario Norte de Santander; aplicando una investigación bajo el enfoque mixto, con el método de Investigación Acción, con un diseño de campo, contemporáneo transaccional cuasiexperimental, para una muestra de 28 estudiantes a quienes se les aplicó una prueba pretest y postest como cuestionario estandarizado ICFES, compuesto por 15 ejercicios. Alcanzando los objetivos específicos en fases o etapas: (1) reconocimiento, (2) Diagnóstico, (3) Factibilidad y Discusión de los Resultados. Llevando a cabo la implementación de la Propuesta, en la cual se describe con detalle las estrategias con la mediación de las TIC, concluyendo que las TIC, como GeoGebra, generan representaciones múltiples (gráficas, tablas, simbólicas) de funciones y variaciones en tiempo real, facilitando la transición del pensamiento numérico a algebraico y el análisis de cómo cambian las cantidades, superando limitaciones de métodos tradicionales y desarrollando el razonamiento crítico y modelado.</p>

Abstract

This article presents whose objective was to address the Theory of Semiotic Representations mediated by ICT, for the strengthening of Variational Mathematical Thinking and Analytical Algebraic Systems in 10th grade students of Secondary Education of the General Santander Educational Institution in Villa del Rosario Norte de Santander; applying a research under the mixed approach, with the Action Research method, with a field design, contemporary transactional quasi-experimental, for a sample of 28 students who were applied a

* Autor para correspondencia: jcastellano@unizar.es

DOI: <https://doi.org/10.53595/rle.v4.i4.024>

Recibido el 22 de enero del 2026, aceptado el 13 de marzo del 2026

En línea el 30 de marzo del 2026

pre-test and post-test as a standardized ICFES questionnaire, composed of 15 exercises. Achieving the specific objectives in phases or stages: (1) Recognition, (2) Diagnosis, (3) Feasibility and Discussion of Results. Carrying out the implementation of the Proposal, which describes in detail the strategies mediated by ICT, concluding that ICT, such as GeoGebra, generate multiple representations (graphs, tables, symbolic) of functions and variations in real time, facilitating the transition from numerical to algebraic thinking and the analysis of how quantities change, overcoming limitations of traditional methods and developing critical reasoning and modeling.

Keywords: variational mathematical thinking, analytical algebraic systems, educational innovation, semiotic representations, ICT

1. Introducción

A nivel mundial, las matemáticas dentro del ámbito curricular educativo se han posicionado como la base indispensable en el currículo educativo de cualquier país, en las ciencias, como la física, la química, la biología, la ingeniería y las disciplinas informáticas, así como de las disciplinas no científicas, como la contabilidad, la economía, la geografía e incluso la educación física, la música y el arte (Rico y Lupiáñez, 2008), consideradas como el puente de todos los saberes (Álvarez, 2021), así como el conocimiento que lleva al desarrollo científico, económico y tecnológico de las naciones (Niebles et al., 2019; Restrepo, 2017; Fonseca y Duarte, 2019).

Dentro de este conocimiento, las funciones tienen un lugar central o predominante dentro del currículo del grado 10mo, los cuales transitan entre los conocimientos adquiridos durante los años de educación primaria, como con los contenidos que serán desarrollados dentro de la educación media, técnica y universitaria. No obstante, las experiencias en el aula con los estudiantes de grado 10° revelan que temas como la función lineal son complejos no solo en su resolución matemática sino también en la comprensión exacta de su lenguaje algebraico. Los símbolos, las figuras, las imágenes y las relaciones que se establecen entre ellos resultan incomprensibles o confusas; evidenciando con ello la presencia de dificultades del aprendizaje conceptual (Oviedo et al., 2012).

Lo importante, es que este lenguaje numérico y/o matemático se mediatiza a través de las representaciones semióticas, definidas por Duval (2004) como la representación de los objetos matemáticos a través de registros e imágenes, que facilita su comprensión a nivel cognitivo. Para Tamayo Alzate, (2016): “Hacen referencia a todas aquellas construcciones de sistemas de expresión y representación que pueden incluir diferentes sistemas de escritura, como números, notaciones simbólicas, representaciones tridimensionales, gráficas, redes, diagramas, o esquemas, con funciones de comunicación, expresión, objetivación y tratamiento” (p. 41). Pero ¿qué importancia tienen el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos analíticos en este aprendizaje?

En primer lugar, el pensamiento variacional permite reproducir mentalmente los sistemas (en este caso de las funciones lineales), para que puedan ser representados y resueltos en la realidad (Vasco, 2003). Por su parte, el componente analítico de los sistemas algebraicos se relaciona con los procesos de experimentación, reflexión, construcción de significados y formas de expresar la generalidad como resultado de los procesos de modelación matemática de diferentes tipos de situaciones; por lo tanto, tiene estrecha relación con este aprendizaje, no tanto por la prioridad de utilizar el lenguaje simbólico del álgebra, sino porque a través de ellas se analizan las funciones como registros gráficos para la resolución de los problemas; como lo explica el estudio de Morales (2025), el cual concluye que, los docentes deben poner énfasis en la transformación de las representaciones semióticas porque esto enriquece el pensamiento crítico de la matemática.

Tal y como lo explican otros estudios como el de Guerrero (2023), quien encontró que, a pesar de la experticia en el trabajo con las RS y las operaciones de tratamiento y conversión, es muy común perder la iniciativa aun cuando se determine lo que es matemáticamente relevante; o el de Martínez y Salazar (2024), quienes se ocupan de valorar el impacto de una estrategia didáctica basada en

representaciones semióticas mediadas por GeoGebra en la comprensión del concepto de elipse por parte de estudiantes de grado décimo del Colegio Juana Rangel de Cuellar. Ambos trabajos mostraron avances significativos, con el uso de las TIC, motivando a los estudiantes y facilitando el desarrollo de habilidades de análisis y conexión entre representaciones algebraicas y geométricas (Restrepo-Becerra, 2017).

Ahora bien, esta investigación se suscribe dentro de la línea de investigación: “Educación y Sociedad”, enmarcado en el Modelo Educativo Curricular CIBERHUMANISTA que identifica a UMECIT y le es propio. En este contexto, como explican Suárez et al. (2020), el estudio de las funciones como sus aplicaciones reviste no solo complejidad en el manejo de sus operaciones, sino también la habilidad de comprender e interpretar el lenguaje simbólico o algebraico. Como resultado de esta situación, la UNESCO contempla la calidad de la educación en el 4to objetivo de los Objetivos del Desarrollo Sostenible (ODS), así como la promoción y el fortalecimiento de las ciencias como las matemáticas para enfrentar exitosamente no solo los problemas presentes sino futuros, tanto dentro como fuera del planeta.

Figura 1

Niveles de Competencias Digitales alcanzados por los docentes

Exposición	Cuando no hay uso de tecnologías en la práctica pedagógica o cuando el profesor requiere apoyo de terceros para utilizarlas. También cuando el uso es solamente personal. El profesor identifica las tecnologías como un instrumento, no como parte de la cultura digital.
Familiarización	El profesor comienza a conocer y a usar puntualmente las tecnologías en sus actividades. Identifica y percibe las tecnologías como un apoyo a su trabajo de enseñanza. El uso de las tecnologías está centralizado en el profesor.
Adaptación	Las tecnologías son utilizadas periódicamente y pueden estar integradas en la planificación de las actividades pedagógicas. El profesor identifica las tecnologías como recursos complementarios para la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje.
Integración	El uso de las tecnologías es frecuente en la planificación de las actividades y en la integración con los alumnos. El profesor trabaja con las tecnologías de forma integrada y contextualizada dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje.
Transformación	El profesor usa las tecnologías de forma innovadora, comparte con los compañeros y realiza proyectos colaborativos más allá de la escuela, mostrándose digitalmente maduro. El profesor identifica las tecnologías como una herramienta de transformación social.

Fuente: tomado de ProFuturo, (2023).

Por lo tanto, las competencias digitales de los docentes y las de sus estudiantes están estrechamente relacionadas y se complementan mutuamente en el entorno educativo digital. Como resultado, el docente debe transformar su modelo de enseñanza o su práctica pedagógica tradicional, por un ambiente innovador, donde se promueva la creatividad, el respeto a la diversidad y la generación de conocimiento útil como significativo. Lo cual, se suma a la misma resistencia de algunos que aún se niegan a cambiar sus métodos y transformar el modelo de enseñanza-aprendizaje tradicional (Banoy-Suárez y Montoya, 2023). Hasta aquí, se puede evidenciar que la problemática a nivel general está relacionada directamente con el modelo pedagógico, las herramientas tecnológicas y las competencias digitales de los docentes, en procura de alcanzar una verdadera calidad educativa. Haciéndose entonces indispensable, lograr la transversalidad con la tecnología en todas y cada una de las asignaturas del currículo escolar, especialmente las matemáticas.

Finalmente, su importancia o trascendencia se centra en el abordaje sistemático de un modelo teórico poco explorado en la práctica, el cual aporta una herramienta de evaluación al docente para que pueda percibir de forma oportuna y temprana, el nivel de las competencias matemáticas: Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos Analíticos en los estudiantes de 10° grado; fortaleciendo con ello el proceso de la modelación necesario para ser matemáticamente competente y se concreta de manera

específica en el pensamiento lógico y el pensamiento matemático. En Colombia, ha habido algunos esfuerzos para mejorar la calidad de la educación en este campo en los últimos años, sin embargo, existe una debilidad enorme en cuanto a las competencias digitales de los docentes, es decir, al conjunto de conocimientos, habilidades y actitudes que los profesores necesitan desarrollar para utilizar de manera efectiva las tecnologías digitales en su práctica educativa (Observatorio ProFuturo, 2023).

2. Métodos

La presente investigación se circunscribe bajo el Paradigma Pragmático, que sirve como soporte epistemológico. Al mismo tiempo, se acoge el método de Investigación Acción, en este caso, en el contexto educativo; asimismo, integrando dentro de su espectro metodológico, otras variantes como la Investigación Acción Pedagógica, que resulta valiosa para este estudio. Además, se asume un enfoque mixto: cuantitativo y cualitativo, para una mayor rigurosidad científica dentro de esta investigación. De esta forma se propicia la intervención en el aula con la práctica del docente y la práctica del estudiante, considerando las siguientes fases que permiten la sistematización del proceso y el alcance de cada uno de los objetivos propuestos.

El escenario de investigación corresponde a la Institución Educativa General Santander, ubicada en Villa del Rosario, Norte de Santander, en la carrera 8 con calle 6, barrio Centro. Actualmente, esta institución ha venido orientando, rediseñando y consolidando una propuesta base del Proyecto Educativo Institucional (PEI), orientada al fortalecimiento y mejora continua de los niveles de educación preescolar, básica, media, y especialmente de la educación media técnica. Gracias a sus modalidades técnicas, la institución ha logrado posicionarse en un lugar destacado, alineado con los avances tecnológicos, y ha establecido alianzas estratégicas con la Universidad Francisco de Paula Santander, la Universidad de Pamplona y el SENA.

La Especialidad en Producción Industrial se desarrolla bajo la modalidad de ciclos propedéuticos desde el año 2008, y en 2009 se graduó la primera promoción de bachilleres, quienes continuaron su formación en la Universidad Francisco de Paula Santander en 2010. El PEI plantea una propuesta dinámica y flexible, que se evalúa, implementa y ajusta anualmente conforme a las circunstancias y cambios significativos del contexto educativo. En su marco filosófico y pedagógico, se reconoce la responsabilidad de los docentes como profesionales de la pedagogía y la didáctica, quienes deben diseñar, adaptar y aplicar estrategias, ambientes y métodos de enseñanza que faciliten a los estudiantes comprender, apropiarse y dar vida al proceso formativo.

Teniendo en cuenta el objetivo de esta investigación, se considera como la población de este estudio los docentes y los estudiantes de secundaria de la Institución Educativa General Santander en Villa del Rosario, Norte de Santander, particularmente para las diferentes secciones o grupos del grado 10, en los que se desarrolla el tema de las funciones lineales. Siendo un total de 130 estudiantes para la matrícula educativa 2025, repartidos así: 10-01: 37 estudiantes, 10-02: 37 estudiantes, 10-03: 28 estudiantes y 10-04: 28 estudiantes, los cuales tienen entre los 14 y los 17 años. El autor comparte como docente de Informática 1 hora de clase semanal con los grupos 10-01 y 10-02, no le dicta clases al grupo 10-03 y tiene la asignación semanal de 4 horas como docente de matemáticas con el grupo 10-04. Por lo tanto, se aplicó un muestreo simple, es un tipo de muestra probabilística que se utiliza en la investigación científica para seleccionar una muestra representativa de una población.

En una muestra simple, cada elemento de la población tiene la misma probabilidad de ser seleccionado (Hernández-Sampieri et al., 2018). De manera que la muestra de estudio está conformada por el grupo de 28 estudiantes del grado 10-04, en el cual el investigador dicta 4 horas semanales de matemáticas; siendo entonces este grupo quienes resolvieron la prueba pretest y postes. Mientras que los docentes entrevistados fueron los dos (2) docentes que dictan matemáticas en esta institución. Inicialmente, la recolección de los datos se planificó para antes de las vacaciones de mitad de año. Sin

embargo, las limitaciones de tiempo y disposición de los docentes participantes, conllevó a la espera del reinicio de clases a partir del 2 de julio del 2025.

Después de lo cual fueron aplicados los instrumentos en los momentos planificados por el investigador para garantizar la disponibilidad y la disposición de los docentes a contestar el guion de la entrevista. En tanto que la información recolectada con los estudiantes como es la observación directa se llevó a cabo dentro del aula de clase, durante el desarrollo de los contenidos, habiendo previsto el día anterior la disponibilidad del tiempo como de los recursos para ello. Asimismo, se elaboró un pretest basado en las pruebas saber ICFES que contiene conocimientos de pensamiento numérico y variacional, aptos para los estudiantes de los grados 10-01 y 10-02 desde el ministerio de educación, para el año 2022 se estableció una guía de explicación que sustenta para docentes y estudiantes la relevancia de la aplicación de esta prueba.

Los cinco procesos matemáticos: razonamiento, resolución de problemas, comunicación, modelación y elaboración y ejecución de procedimientos; establecidos en los Estándares Básicos de Competencias, se han agrupado en tres competencias matemáticas fundamentales: comunicación, modelación y representación; razonamiento y argumentación; y planteamiento y resolución de problemas. La integración del pensamiento numérico con el pensamiento variacional responde a que, con frecuencia, se realiza un tratamiento cuantitativo y numérico de los valores de las variables o magnitudes presentes en una función. Además, existe una estrecha relación entre las nociones de número y variable —o, en un sentido más amplio, entre la aritmética y el álgebra—, así como una similitud estructural entre los conjuntos numéricos, los sistemas de expresiones algebraicas y los sistemas de funciones de variable real. La agrupación de lo relativo al pensamiento espacial con el pensamiento métrico acoge la aproximación métrica de la geometría, sin detrimento de su estatus no métrico (Ministerio de Educación, 2018).

De esta forma el diseño general del instrumento queda establecido bajo los parámetros del Ministerio de Educación colombiano (ver figura 2. Anexo A), con un total de 15 preguntas en donde se detallan interrogantes del pensamiento variacional y numérico. El instrumento de investigación prueba saber, se establece válido por medio del Decreto 869, emanado por Ministerio de Educación Nacional, en donde se hace referencia a la validez y confiabilidad que se crea en estos instrumentos mediante su diseño. Asimismo, el MEN (2010), estableció que, para garantizar que las evaluaciones sean válidas y confiables, el ICFES diseña las pruebas estandarizadas con base en el diseño centrado en evidencias. Esta metodología plantea una secuencia de pasos orientada a establecer un vínculo y descomponer aquello que se desea evaluar como las competencias, conocimientos, habilidades o destrezas propias de un área, con las tareas o actividades que el estudiante debe desarrollar para evidenciar los aspectos específicos objeto de evaluación.

El proceso de elaboración, revisión y validación de las pruebas tiene como finalidad tomar decisiones fundamentadas en aspectos teóricos, metodológicos y prácticos, orientadas a asegurar la calidad de los instrumentos de evaluación desde una perspectiva académica y técnica. Cada estudiante que compone la muestra de investigación tiene una sola oportunidad para responder la pregunta correcta de selección múltiple (a, b, c, d); estas preguntas tienen un valor de 0-1, el cual el primero es una nulidad como resultado de una respuesta incorrecta o no marcada y el segundo a la respuesta correcta marcada. En este sentido, el análisis de resultados debe dimensionar las competencias del pensamiento variacional y los sistemas algebraicos analíticos mediante indicadores que reflejen cómo los estudiantes acceden, comprenden y aplican estos conceptos a través de las TIC.

Figura 2

Cuestionario utilizado como prueba Pretest y Postest

ANEXO A. Instrumentos de Recolección de Información

Cuestionario Prueba Pretest y Postest

Objetivo: Evaluar la comprensión y aplicación de conceptos fundamentales relacionados con funciones lineales en estudiantes de secundaria, incluyendo la interpretación de sus representaciones gráficas, algebraicas y tabulares, así como la capacidad para resolver problemas prácticos que involucren estas funciones en su contexto rural.

Tema: Funciones lineales

1. Un grupo de agricultores de una pequeña vereda está interesado en mejorar la producción de sus cultivos. Por tal motivo, han decidido utilizar fertilizante para aumentar el rendimiento de sus tierras. A continuación, se presentan algunos datos obtenidos:

Cantidad de fertilizante (kg)	Rendimiento (kg)
2	17
6	25
10	33

Si se utilizan 18 kg de fertilizante, ¿cuál será el rendimiento aproximado?

- a. 42 kg
 - b. 46 kg
 - c. 49 kg
 - d. 53 kg
2. Si un agricultor quiere obtener de rendimiento de al menos 73 kg, ¿Cuántos kilogramos de fertilizante debe utilizar como mínimo?
 - a. 24
 - b. 26
 - c. 28
 - d. 30

Para ello, es adecuado emplear un análisis mixto que integre técnicas cualitativas para explorar el reconocimiento y uso de las representaciones semióticas por parte de los estudiantes, y análisis cuantitativos para dimensionar los cambios en competencias medibles. Esto implica el uso de estadística descriptiva para mostrar tendencias y análisis inferencial para validar las diferencias antes y después de la implementación; usando el programa SPSS (Statistical Package for the Social Sciences) es una herramienta informática ampliamente utilizada para el análisis de datos cuantitativos en investigaciones educativas. Igualmente, es necesaria la interpretación de información cualitativa por métodos como el análisis hermenéutico, o incluso el uso de herramientas informáticas como el Programa Atlas Ti, así como la elaboración de protocolos que finalmente conlleven a la contrastación de todas las perspectivas por medio de la Triangulación (Cueva et al., 2023).

Como se trata de un estudio mixto, las técnicas utilizadas combinan resultados cuantitativos y cualitativos, los cuales dependen de cada objetivo específico. Así, por ejemplo, el objetivo específico N° 1 implicó la aplicación de la prueba pretest bajo el modelo de cuestionario, por lo tanto, las respuestas son tabuladas y graficadas a través de la estadística descriptiva. Mientras que, desde el enfoque cualitativo las respuestas emitidas por los docentes a través de la entrevista fueron sistematizadas en el Protocolo “Matriz de Entrevista”, para su presentación de las voces vivas y su análisis respectivo, por tratarse de una técnica cualitativa. Logrando así cuantificar los resultados de las evaluaciones del pre-test y el pos-test para los estudiantes, aplicando una secuencia didáctica de 12 semanas entre los meses de julio y septiembre de 2025.

Desde el enfoque cualitativo, se aplicaron las entrevistas a los docentes de matemáticas sobre el conocimiento y el manejo de la Teoría de las Representaciones Semióticas como estrategia didáctica emergente. Además, se resalta la importancia de fortalecer las competencias digitales que implican el

uso de las TIC para el docente de matemáticas, de modo que se propicie una formación integral del estudiante, logrando validar la siguiente hipótesis:

H: Al aplicar la propuesta didáctica basada en la Teoría de las Representaciones Semióticas mediada por las TIC se fortalece el Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos Analíticos en los estudiantes de grado 10 de Educación Secundaria de la Institución Educativa General Santander en Villa del Rosario-Norte de Santander dado que se observan cambios positivos como la mejora del rendimiento académico de éstos.

3. Resultados y discusión

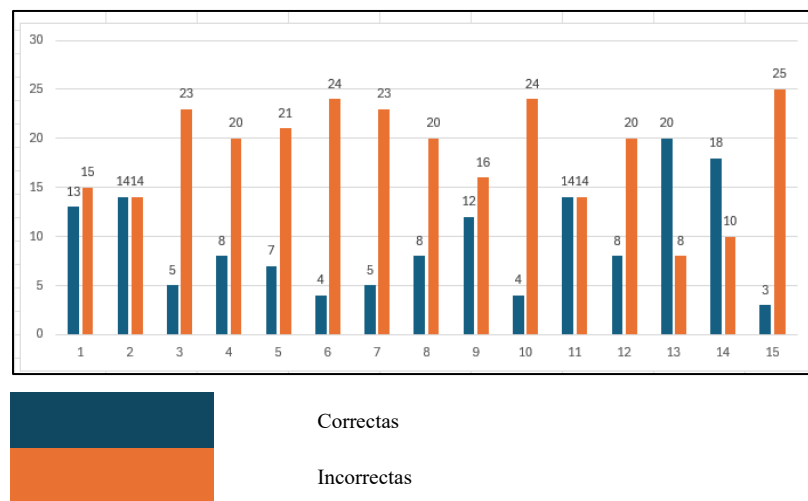
3.1. Fase de reconocimiento: Alcance de las representaciones semióticas

A. Resultados de la evaluación a los estudiantes

Las respuestas indican que el 66% de los estudiantes evaluados con el pretest, contestaron de forma equivocada el cuestionario, es decir, que solo un 34% de ellos lograron aprobar la prueba. De manera que su nivel de consolidación de las competencias Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos Analíticos en los estudiantes del grado 10, es demasiado bajo. No se reconocen las representaciones semióticas, las cuales se refieren a las diferentes formas de expresar y comprender la función, como expresiones algebraicas, tablas de valores, gráficos cartesianos y lenguaje natural.

Figura 2

Resultados de la prueba Pretest (respuestas correctas e incorrectas)



Nota: Resultados obtenidos con la aplicación del pretest. Fuente: Elaboración Propia, (2025).

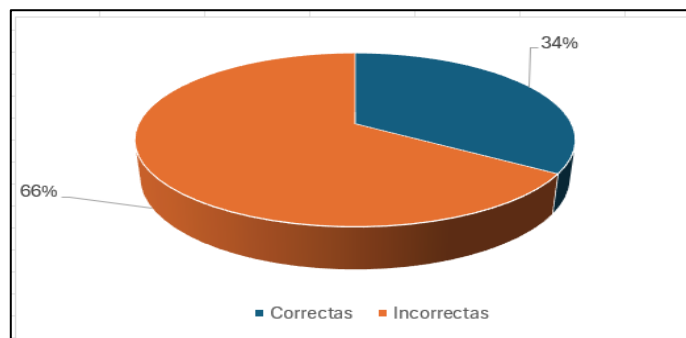
Por esa razón, al pasar de una representación a otra (por ejemplo, de una tabla a un gráfico), se refuerza la relación entre los conceptos matemáticos y su representación visual o algebraica. El problema es que la correcta utilización de estas representaciones, y la capacidad de transitar entre ellas, es crucial para el aprendizaje y la comprensión profunda de las funciones lineales. De manera que, se hace necesario dimensionar los cambios que se presentan con la implementación de una propuesta didáctica basada en la Teoría de las Representaciones Semióticas mediada por las TIC, para el reconocimiento de las competencias matemáticas: Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos Analíticos en los estudiantes del grado 10-04, escogido como grupo a intervenir.

Estos resultados indican claramente la necesidad de fortalecer las competencias Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos Analíticos, porque el estudio del álgebra escolar al lado de los procesos de variación permite ver que este tipo de pensamiento involucra los otros tipos de pensamiento matemático: numérico, espacial, métrico y estadístico, debido a que, la capacidad de

manipular y transformar representaciones semióticas es fundamental para el razonamiento y la resolución de problemas matemático.

Figura 3

Resultados comparativos de las respuestas del pretest



Nota: Resultados obtenidos con la aplicación del pretest. Fuente: Elaboración Propia, (2025).

B. Respuestas de la entrevista a los docentes

Tabla 1

Matriz Analítica de Respuestas de la Entrevista

Pregunta	DC1	DC2	Análisis
1. ¿Hasta dónde considera usted que las competencias matemáticas requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos?	De vital importancia, ya que el ambiente de aprendizaje como escenario dinamizador de interacción real, es un escenario propicio para que el estudiante tenga un mejor desarrollo en sus competencias matemáticas.	Las competencias matemáticas requieren de preguntas problematizadoras o el uso del enfoque de Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP), con el fin de que puedan avanzar y desarrollar sus competencias.	Desde la perspectiva docente, el ambiente del aula para el aprendizaje de las matemáticas es fundamental para despertar el interés, facilitar la concentración, ayudar en la comprensión de los problemas. Siendo importante establecer los niveles de competencias alcanzados.
2. ¿Qué puede decir del desempeño de sus estudiantes en el proceso de formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas?	En vista de que en la institución se cuenta con escasos recursos que propicien ambientes con herramientas que faciliten el aprendizaje de las competencias matemáticas, el desempeño de los estudiantes es bajo.	Mis estudiantes a partir de su cotidianidad formulan, plantean y resuelven problemas, incluso en algunos casos se transversalizan los contenidos con otras áreas.	La articulación de los temas y de los aprendizajes alcanzados de un nivel a otro debe ser corroborada por los docentes, así como facilitado con la mediación de herramientas como las TICs y estrategias didácticas como la gamificación o la secuencias.
3. ¿De qué manera sus estudiantes logran identificar, establecer relaciones, formarse modelos y representarlos externamente en distintos registros, particularmente en el tema de las funciones lineales?	Cuando se les muestran situaciones relacionadas con su diario vivir, teniendo en cuenta el contexto y se propician ambientes eficaces que les permitan alcanzar sus objetivos.	Mis estudiantes identifican, forman módulos y los representan en el plano cartesiano.	La enseñanza-aprendizaje de temas como las funciones lineales ha sido impartida de forma magistral y son pocos los docentes que conocen herramientas TIC o Recursos Educativos Digitales (RED) como GeoGebra y Desmos, para la mediación de dichos aprendizajes.
4. ¿Qué tipo de instrumentos y métodos utiliza en su práctica pedagógica para afianzar la competencia pensamiento variacional y Sistemas Algebraicos Analíticos en los estudiantes? ¿Hasta dónde le han dado excelentes resultados?	Instrumentos como estrategias didácticas, juegos, diseño de guías...en los que se permita involucrar al estudiante. Los otros pensamientos que favorezcan su desarrollo.	Para afianzar la competencia pensamiento variacional aplico el Modelo Pedagógico de Escuela Nueva, donde el estudiante indaga y construye su propio aprendizaje.	Transferir un problema de la vida real a un problema matemático en forma escrita o gráfica permite relacionar al estudiante con el objeto a estudiar, por eso las prácticas pedagógicas deben darse de forma creativa e innovadora, haciendo uso de herramientas como las TIC.

<p>5. ¿Qué tanto utiliza las TIC, los RED, ¿los AVA o cualquier tipo de herramienta tecnológica para la mediación de estos aprendizajes? ¿Por qué razón?</p>	<p>Muy poco, en vista de que la institución tiene muy poco acceso al servicio o conectividad de internet. Esto no permite que se puedan utilizar los equipos en ambientes virtuales para el aprendizaje.</p>	<p>Las TICs las emplea para complementar el aprendizaje adquirido; solo que no es algo frecuente porque la conectividad o el acceso a internet en la escuela no es suficiente y no se pueden impartir muchas veces los contenidos con estas herramientas.</p>	<p>Los recursos como las herramientas tecnológicas que median los aprendizajes deben ser aprovechadas por los docentes, sin importar si se trata de un contexto rural; deben buscarse las alternativas que les permitan a los estudiantes conocer y aprovechar plataformas como GeoGebra y/o Desmos.</p>
<p>6. ¿Cuáles son los registros semióticos que suelen ser más identificados por los estudiantes en el aprendizaje de las funciones lineales y cuáles los más complejos o difíciles? ¿Por qué?</p>	<p>Los que suelen ser identificados en ocasiones por algunos estudiantes es en el cálculo del perímetro o en situaciones de la vida diaria; les resulta más complejo representar los datos en el plano cartesiano.</p>	<p>Los más fáciles para ellos resultan las gráficas y lo más complicado interpretar el lenguaje algebraico.</p>	<p>En realidad, los docentes no se ocupan de calificar la actitud o la percepción de sus estudiantes hacia las matemáticas o hacia una competencia en particular; lo que hacen es evaluar qué tan acertadamente responden o resuelven los problemas matemáticos.</p>
<p>7. ¿En qué medida los docentes reconocen el nivel de conocimiento con el que llegan los estudiantes y la consolidación de la competencia pensamiento variacional y Sistemas Algebraicos Analíticos?</p>	<p>En la medida en que el docente pueda establecer un diagnóstico que le permita evaluar el nivel de desempeño en el cual se encuentran los estudiantes y así poder determinar cuáles son las estrategias para mitigar las brechas en el aprendizaje de dichas competencias.</p>	<p>Soy consciente de que los estudiantes que son promovidos al 6to grado, como vienen de la misma institución están bien preparados. Sin embargo, los de 9no son de otras sedes o nuevos, por lo cual no traen el mismo nivel. Por eso se nos ha dicho que no estamos preparando a los estudiantes.</p>	<p>El reconocimiento del nivel de competencias específicas alcanzadas por un estudiante, en este caso en el área de las matemáticas debe ser una prioridad para los docentes, porque es así como logran saber si el grupo tiene las bases necesarias para rendir académicamente o si habrá necesidad de reforzar los aprendizajes en algunos de los estudiantes.</p>
<p>8. ¿Qué tan difícil es para el docente como para los mismos estudiantes consolidar un conocimiento si no se tienen previamente consolidadas dichas competencias?</p>	<p>Yo pienso que en todo el desarrollo que se tenga previsto alcanzar en dicha competencia, en vista de que, si no hay un ambiente propicio para el aprendizaje, es difícil consolidar el conocimiento en dicha competencia.</p>	<p>Antes de consolidar el conocimiento, los estudiantes conocen las competencias que deben desarrollar o alcanzar.</p>	<p>Las competencias para cada nivel o grado están estandarizadas en el currículo educativo. Sin embargo, muchas de ellas no son realmente identificadas por los docentes para su evaluación durante el periodo escolar, dejando que muchos de los estudiantes sean promovidos al siguiente grado sin haberlas consolidado.</p>
<p>9. ¿Qué ventajas considera que tiene el uso de herramientas tecnológicas como la plataforma GeoGebra en la mediación de los aprendizajes de temas como las funciones lineales?</p>	<p>Muchas ventajas, ya que facilitan una mayor comprensión de conceptos, como el desarrollo del pensamiento crítico y del razonamiento lógico matemático.</p>	<p>Las herramientas tecnológicas juegan un papel importante en la mediación, adquisición y asimilación de los aprendizajes.</p>	<p>Ejemplos como el de Coy y García (2023), evidencian que los OVA como la construcción de un Objeto Matemático para la función lineal en el pensamiento de los estudiantes, resulta muy eficaz, con el uso de aplicaciones como la herramienta Desmos.</p>
<p>10. ¿Cómo se manifiesta la mejora en el aprendizaje de las funciones aprovechando la mediación de las TICs en las representaciones semióticas?</p>	<p>Con cambios geniales en el aprendizaje ya que le mejora su nivel de concentración, comprensión y aprendizaje tanto autónomo como colaborativo.</p>	<p>Si el 100% de los estudiantes pudiera hacer uso de las TICs, los puntajes en las pruebas externas mejorarían.</p>	<p>La mejora del aprendizaje de las matemáticas cuando en mediado por las TICs es evidenciado en múltiples estudios, lo que significa que enseñar y aprender con el uso de los RED, los AVA, los OVA y las TICs, debería ser una práctica pedagógica en todos los centros educativos.</p>

3.2. Fase de diagnóstico: Precisión del nivel de las competencias alcanzadas

Hasta acá se ha podido reconocer qué tan útiles resultan las representaciones semióticas para mediar el aprendizaje de las funciones lineales de los estudiantes del grado 10. Siendo importante interpretar los resultados cuantitativos en información cualitativa, que describa con más claridad o precisión cuál es el nivel de las competencias alcanzadas; esto considerando el enfoque socio-

formativo de la evaluación, en el cual se toma en cuenta el contexto y las habilidades socioemocionales de los estudiantes, así como las comunicativas para alcanzar la conversión y el tratamiento que lleva finalmente a la resolución de los problemas matemáticos (Hernández-Mosqueda, 2013).

En consecuencia, lo que se busca es un aprendizaje para la vida, a través del cual se logra que el estudiante utilice los conocimientos que posee para resolver los problemas de funciones lineales (como cualquier otro que le sea análogo en su cotidianidad), a través de la demostración axiomática que permiten las representaciones semióticas. Esto quiere decir que el estudiante logra traducir e interpretar el lenguaje matemático (algebraico y gráfico), en lenguaje natural, comprensible y suficiente para llegar a la solución eficaz del postulado planteado. Esto supera la concepción tradicional de la evaluación como un medio para la toma de decisiones referidas a acreditar un semestre o grado, o aprobar exámenes (Tobón et al., 2010).

En este orden de ideas, los datos representados o expuestos pueden ser analizados de forma cualitativa, haciendo uso del enfoque socioformativo de la evaluación (Tobón, 2012). En este sentido, la siguiente tabla describe los cuatro niveles de dominio que fueron alcanzados con los estudiantes en su aprendizaje: inicial o receptivo, resolutorio, autónomo y estratégico, atendiendo a sus indicadores. Los indicadores son señales que muestran el nivel de dominio en el cual se desarrolla una competencia y permiten su evaluación (Hernández-Mosqueda, 2013).

Tabla 2

Niveles de Dominio de las competencias bajo el enfoque socioformativo de Tobón (2012).

Nivel	Características	Observación o evidencia
Inicial o Receptivo	<ul style="list-style-type: none"> Recepción de información. Desempeño muy básico y operativo. Baja autonomía. Se tienen nociones sobre la realidad. 	Muchos de los estudiantes se encuentran en este nivel, demostrando un dominio elemental o básico del tema, como lo revelan los resultados de la prueba.
Resolutorio	<ul style="list-style-type: none"> Se resuelven problemas sencillos del contexto. Hay labores de asistencia a otras personas (aprendizaje colaborativo). Se tienen algunos elementos técnicos de los procesos implicados en la competencia. Se poseen algunos conceptos básicos. 	Una buena parte de los estudiantes demostraron tener un nivel resolutorio, siendo capaces de responder acertadamente a las preguntas; además de una buena actitud hacia el trabajo colaborativo, usando conocimientos previos alcanzados.
Autónomo	<ul style="list-style-type: none"> Hay autonomía en el desempeño (no se requiere la asesoría de otras personas). Se gestionan proyectos y recursos. Hay argumentación científica. Se resuelven problemas de diversa índole con los elementos necesarios. 	Son pocos los estudiantes que mostraron un dominio autónomo en el tema de las funciones y una facilidad para el manejo de las representaciones semióticas, las cuales les ayudaron a comprender más fácilmente lo que cada pregunta pide y cuál es la respuesta correcta.
Estratégico	<ul style="list-style-type: none"> Se plantean estrategias de cambio en la realidad. Hay creatividad e innovación. Hay altos niveles de impacto en la realidad. Se resuelven problemas con análisis prospectivo y/o histórico. 	En realidad, ninguno de los estudiantes evaluados se encuentra en este nivel aún. Considerando que aún no han participado de las estrategias, se espera lograr que algunos de ellos alcancen un nivel estratégico.

Nota: Las observaciones presentadas en la tabla corresponden a la etapa de reconocimiento. Fuente: Hernández, (2013).

3.3. Fase de factibilidad: Definición de criterios, recursos y estrategias

Algunos de los estudios que más aportaron al diseño de la propuesta, especialmente en lo que tiene que ver con su factibilidad fueron el de Cedeño –Guadamud y Pazmiño –Campuzano (2024), Cox et al. (2023), González et al. (2021), López (2018) y Benavides et al., (2018), en los cuales se dan a conocer que GeoGebra y Desmos facilitan el aprendizaje de las funciones lineales a través de los gráficos interactivos, mientras que Khan Academy se presta como un repositorio de tutoriales y ejercicios interactivos para retroalimentar el conocimiento.

En este estudio, se ponen en consideración dos herramientas: GeoGebra y Desmos para la mejor comprensión del propósito y la utilidad de estas herramientas TIC en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones lineales fundamentado en la Teoría de las Representaciones Semióticas mediada por las TIC, para el reconocimiento de las competencias matemáticas: Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos Analíticos en los estudiantes de 10 grado de la Institución Educativa General Santander en Villa del Rosario -Norte De Santander, se muestra la siguiente tabla.

Tabla 3*Aspectos considerados en la elección de la herramienta tecnológica*

Herramienta	Características	Ventaja
GeoGebra	Es un Software dinámico para enseñar y aprender Matemática en cualquiera de los niveles educativos, de manera sencilla y clara. Ofrece diversas formas de representación de objetos matemáticos a través de la vista: gráfica, algebraica, estadística, y 3D para el caso de la Geometría del Espacio. Permite fundamentalmente la interactividad, estimula el desarrollo afectivo, social, cognitivo, motriz, del lenguaje verbal-simbólico y de emprendimiento por el hecho de que se pueden crear modelos prácticos para la transformación de la realidad (Benavides et al., 2018).	Es un excelente medio electrónico-digital que permite visibilizar las principales características, propiedades y fundamento lógico-teórico de contenidos matemáticos relacionados con el álgebra, geometría, números, funciones, estadística, análisis matemático; de manera especial aquello que se relaciona con el estudio de las funciones reales que son muy útiles en los procesos de modelación y explicación de situaciones puntuales del entorno (Benavides et al., 2018). Es un software gratuito.
Desmos	Desmos es una calculadora científica online, ideal para realizar gráficas de expresiones matemáticas complicadas, las cuales se dibujan al mismo tiempo que se van ingresando los parámetros y pueden ser compartidas posteriormente en redes sociales o en forma de miniaturas para blogs o foros científicos. Además, los controles deslizantes hacen que sea muy sencillo mostrar transformaciones de funciones. Tiene un motor de trabajo potente que permite resolver cálculos complejos de matemática avanzada, desde regresiones hasta series de Fourier.	Es una aplicación en línea gratuita que ofrece funcionalidad avanzada de calculadora gráfica, así como actividades de aprendizaje ricas y socialmente interactivas para los estudiantes. Desmos es una aplicación de calculadora mejorada (web y móvil), por lo tanto, se puede usar en una computadora, tableta o teléfono inteligente. Asimismo, presenta actividades que se organizan en forma de diapositivas que presentan a los estudiantes indicaciones interactivas pidiéndoles que interpreten y predigan los resultados.

Cualquiera de las herramientas presentadas en perfectamente viable para su aplicación en este estudio, para la Propuesta didáctica basada en la Teoría de las Representaciones Semióticas mediada por las TIC, que se manifiestan las competencias matemáticas: Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos Analíticos en los estudiantes del grado 10 de la Institución Educativa General Santander en Villa del Rosario– Norte De Santander. Siendo viable su utilización sin internet, pues se descargan los problemas y se acceden a distintas plataformas muy intuitivas.

Esto significa que el docente hace la planificación de las actividades con sus respectivos talleres o problemarios, considerando el uso de las representaciones semióticas para el tema de las funciones lineales, los cuales descarga en un pendrive o memoria, para compartirlos con sus estudiantes en clase, conforme lo haya programado previamente. Es importante contar con los criterios de evaluación, los cuales ya fueron mencionados anteriormente, como lo es el enfoque socioformativo de la evaluación de Tobón (2012), para los niveles: inicial o receptivo, resolutivo, autónomo y estratégico, atendiendo a sus indicadores.

Como resultado, la pizarra tradicional será sustituida, casi en su totalidad (dejándola para algunas explicaciones puntuales de características de funciones), por el ordenador y un proyector en

el cual el profesor expondrá las gráficas de las funciones que él mismo haya elaborado, y para cada una de las actividades expuestas; asimismo, las actividades sobre funciones se realizarán en el cuaderno, mediante ejercicios individuales o grupales. También cabe la opción de realizar la propuesta en el aula de informática, donde los alumnos pueden interactuar con el propio programa e investigar sobre sus características y aplicaciones.

En dicho caso, no es necesario adquirir licencia mediante pago para implantar dicho software, debido a que es de adquisición gratuita. Esto implica una ventaja respecto a otros programas de geometría dinámica, que son de pago bajo licencia, así que no supone de inversión para el centro escolar. Todo esto sin dejar de mencionar las competencias digitales que debe poseer el docente para impartir estos contenidos a través de las TICs, de otra forma los resultados no serán los esperados. Finalmente, es importante recordar que la enseñanza magistral y los modelos tradicionales no han mostrado resultados significativos frente a la adquisición de competencias relacionadas con el aprendizaje de la función lineal.

Descripción de la Propuesta

Título de la Propuesta: Reforzando las Representaciones Semióticas en las Funciones Lineales mediadas por las TIC

Grado: Décimo

Área: Matemáticas

Resumen de la unidad: Al finalizar esta unidad los estudiantes serán capaces de:

- Comprender de manera más acertada el concepto de función lineal y afín, además de sus diferencias.
- Representar diferentes tipos de funciones lineales y afines de forma algebraica, tabular y gráfica.
- Relacionar las diferentes formas de las representaciones semióticas según el tipo de función (lineal y afín)
- Interpretar la información planteada en cada una de las representaciones semióticas.
- Resolver problemas dado su contexto rural, utilizando las representaciones semióticas.

Contenidos de Aprendizaje:

- Concepto de función
- Función lineal y Función afín
- Pendiente de la recta

Tabla 4*Secuencia didáctica*

Fase	Actividad	Tiempo	Enseñanza/Actividades de aprendizaje	Herramientas interactivas
Módulo de introducción	Presentación de la investigación	1h	Se realiza una explicación a los estudiantes de los objetivos y la importancia del estudio.	Moodle
	Marco teórico	2h	Se presenta un resumen de la teoría de las representaciones semióticas y su relación con el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos.	Moodle FunTic
	Objetivos de aprendizaje	1h	Se presenta la definición clara a los estudiantes, sobre lo que deben lograr al finalizar con el curso de refuerzo.	Moodle
	Historia de las funciones	1h	Se realiza una introducción del contenido de funciones desde su origen y su evolución a través del tiempo.	Moodle
Módulo de diagnóstico	Prueba diagnóstica (Pretest)	2h	Se realiza la aplicación de una prueba en Google Forms para evaluar el nivel inicial de las competencias en el pensamiento variacional y sistemas algebraicos.	Google Forms Moodle
	Cuestionario	1h	Se realiza una encuesta en Google Forms donde se recopile información sobre las experiencias previas que tienen los estudiantes referentes a las matemáticas y las TIC	Google Forms Moodle
Módulo de desarrollo	Contenidos teóricos	1h	Se realiza la presentación de los conceptos matemáticos relacionado con funciones lineales y afín y cada uno de sus elementos. Utilizando las diferentes representaciones semióticas (gráficas, algebraicas y tabulares)	
	GeoGebra	2h	Se realiza la creación de applets para explorar las propiedades y representaciones de las funciones lineales de manera dinámica según su contexto.	
	H5P	2h	Se desarrollan actividades interactivas como cuestionarios, sopas de letras y crucigramas para reforzar el concepto de función.	
	Foro de discusión	2h	Se realizan espacios dentro del Moodle para que los estudiantes compartan sus ideas y resuelvan problemas propuestos de forma colaborativa.	
Módulo de evaluación	Prueba final (Postest)	2h	Se realiza la aplicación de una prueba en Google Forms para evaluar el nivel de afianzamiento de las competencias en el pensamiento variacional y sistemas algebraicos.	
	Proyecto final	5h	Se desarrolla un proyecto integrador donde los estudiantes en equipos de trabajo apliquen los conocimientos adquiridos para resolver un problema basado en su contexto.	
	Autoevaluación y coevaluación	1h	Se desarrolla la reflexión sobre el aprendizaje propio de cada estudiante y el trabajo de los compañeros.	

3.4. Implementación de la propuesta

La estrategia implementada lleva por nombre Semiótica Funcional, y se diseñó considerando los aspectos ya mencionados en los puntos anteriores. Se trabajó de forma individual y también colaborativa con los estudiantes, permitiéndoles compartir la experiencia con sus compañeros, buscar diferentes alternativas para realizar los ejercicios o ayudar en el manejo del programa a los que tuvieran algún tipo de problema con éste. El link de la actividad se encuentra en <https://juancarrz34.github.io/SemioticaFuncional/index.html>

Figura 4

Presentación de la estrategia en la plataforma



Nota: el contenido completo de la estrategia se encuentra en el link <https://juancarrz34.github.io/SemioticaFuncional/index.html>

Los estudiantes tuvieron a su alcance una herramienta que les permitió conocer el propósito de la actividad, así como los sustentos teóricos de los contenidos a desarrollar, en el Módulo Introductorio que contiene: el Marco Teórico, los objetivos del aprendizaje y la historia de las funciones; ya en el Módulo de Diagnóstico se les presentó el cuestionario bajo la modalidad de encuesta para conocer las experiencias y percepciones de los estudiantes con el uso de las TIC mientras que en el Módulo de Desarrollo se encuentran los contenidos teóricos, la ejercitación y el foro de discusión.

En el Módulo de Ejercitación se llevaron a cabo ejercicios con opciones de respuesta de elección múltiple, resaltando como se puede observar las representaciones semióticas para la comprensión y resolución de los problemas. Dentro del Módulo de Desarrollo se encuentra el Foro de Discusión, considerado valioso para compartir con los estudiantes las opiniones sobre la experiencia vivenciada. Finalmente, en el Módulo de Evaluación se les entregó un formulario para que lo diligenciaran a manera de retroalimentación; en términos generales, la implementación fue un éxito, pues todos los estudiantes participaron de manera proactiva, mostrando iniciativa, interés por aprender, buena disposición para trabajar en equipo y empatía por sus compañeros.

3.5. Valoración del alcance de la estrategia implementada

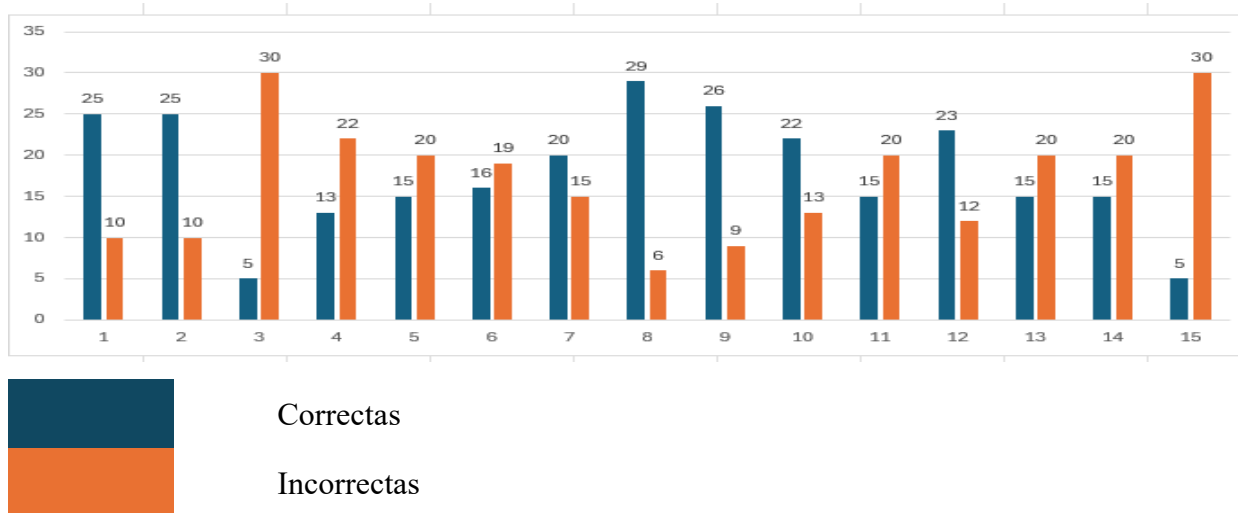
Luego de la implementación de la Propuesta didáctica basada en la Teoría de las Representaciones Semióticas mediada por las TIC en el tema de las Funciones Lineales, que facilite el reconocimiento de las competencias matemáticas: Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos Analíticos en los estudiantes de 10° grado de la Institución estudiada, se procedió a valorar los cambios o mejoras observados en los estudiantes de 10° grado del Colegio General Santander en Villa del Rosario, N.S. Para ello, se aplicó la prueba postest, obteniendo los siguientes resultados.

En esta oportunidad el número de estudiantes que contestó la prueba fue mayor, debido a que no hubo ausencias y se incorporaron tres nuevos estudiantes durante el lapso de mitad de año. Por eso, cuando se analizan las respuestas por cada pregunta, se observa que en algunos de los ejercicios las respuestas correctas aumentaron significativamente; aunque en los puntos o ejercicios, las respuestas incorrectas sobresalen de manera notoria (ver figura 5). Analizando con detenimiento en qué ejercicios o preguntas los estudiantes mejoraron y en cuáles se mantuvieron iguales, se observa que persisten dificultades en los estudiantes para consolidar las competencias Pensamiento Variacional y Sistemas

Algebraicos Analíticos, considerando que, el pensamiento variacional se enfoca en el estudio del cambio y la variación en diversos contextos, utilizando herramientas del álgebra para modelar y resolver problemas.

Figura 5

Resultados de la prueba Postest (respuestas correctas e incorrectas)

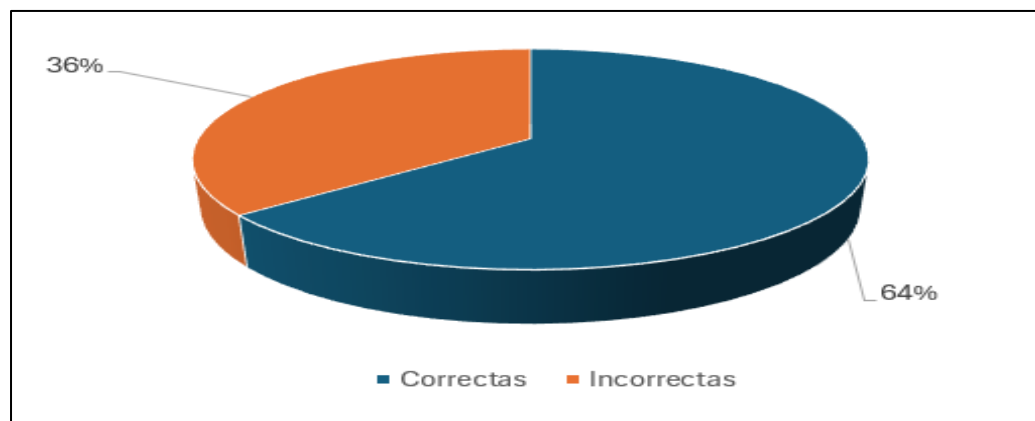


Nota: Resultados obtenidos con la aplicación del postest. Fuente Elaboración Propia, (2025).

Los sistemas algebraicos analíticos son el lenguaje formal (expresiones, funciones, ecuaciones) que permite generalizar, modelar y analizar estos cambios, conectando el mundo abstracto del álgebra con las situaciones concretas del mundo real y las ciencias. En resumen, el pensamiento variacional identifica el cambio, mientras que los sistemas algebraicos analíticos son el método para describirlo y analizarlo.

Figura 6

Resultados comparativos de las respuestas del postest



Como se puede observar, el 64% de los estudiantes respondieron correctamente a las preguntas en esta oportunidad, frente a un 36% que contestó de forma incorrecta. Esto indica que la estrategia implementada fue efectiva y que de ser replicada varias veces puede seguir mejorando significativamente el desempeño académico de los estudiantes; especialmente en la consolidación o el fortalecimiento de las competencias Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos Analíticos, lo que podrá ver reflejado con mayor precisión en los resultados de las Pruebas Saber o ICFES, mejorando incluso los puntajes que estos estudiantes alcanzan para su ingreso a la universidad.

Tabla 5*Matriz de Triangulación para la información bajo los enfoques cuantitativo y cualitativo*

Categoría/Fuente	Pruebas Pretest y Postest	Entrevistas Docentes	Triangulación / Interpretación Integrada
Competencias previas	Pretest muestra bajo dominio en la mayoría de las preguntas: puntajes correctos bajos y dispersos (Ej.: mayoría debajo de la mitad del total por pregunta, variabilidad alta)	Los docentes reconocen debilidades de base en competencias; mencionan dificultades para resolver problemas cotidianos, baja articulación entre niveles y falta de recursos didácticos adecuados.	Coinciden ambas fuentes en el diagnóstico: los estudiantes presentan carencias previas en las competencias evaluadas, lo que justifica la intervención didáctica.
Impacto de la mediación TIC y propuesta semiótica	Postest evidencia mejoría sustancial en respuestas correctas, aumento generalizado en desempeño y reducción de la dispersión; algunos logran casi el total de respuestas correctas en varias preguntas.	Docentes identifican que el uso de TIC y herramientas como GeoGebra o Desmos mejora la comprensión y motiva a los estudiantes, aunque la infraestructura limita su implementación constante.	Evidencias cuantitativas y opiniones docentes confluyen en que la propuesta mediada por TIC y representaciones semióticas favorece el aprendizaje y el desarrollo de competencias matemáticas.
Niveles y dificultades en registros semióticos	Ítems ligados a representación gráfica y variacional mejoran tras la intervención; algunos conceptos algebraicos aún muestran rezago.	Se señala que lo más fácil para los estudiantes son las gráficas, mientras el lenguaje algebraico sigue siendo más complejo y se requiere mayor trabajo para su apropiación.	Se identifican avances notables en el manejo de registros gráficos y representaciones, pero persisten retos con el razonamiento puramente algebraico según ambas fuentes.
Percepción de avance	Mejora global en desempeño de grupo tras la propuesta (boxplots, medias y rangos claramente mayores).	Docentes notan mayor motivación, participación y seguridad de los estudiantes luego de este tipo de actividades.	Tanto resultados como percepciones docentes corroboran el éxito de la propuesta para elevar el nivel general y la confianza en matemáticas de los estudiantes.

Nota: la información fue tomada de cada uno de los resultados obtenidos con la aplicación del instrumento. Fuente: Elaboración Propia, (2025).

Los aspectos más relevantes de los hallazgos son expuestos a continuación:

Diagnóstico Inicial de Competencias (Pretest y Voces Docentes): Los resultados del pretest mostraron un bajo dominio general en competencias matemáticas evaluadas: varios estudiantes tuvieron dificultades con preguntas orientadas a representar, modelar y resolver situaciones matemáticas utilizando diferentes registros (gráficos, simbólicos, cotidianos). Los docentes corroboran este diagnóstico, mencionando que los estudiantes llegan con carencias formativas tanto en pensamiento variacional como en sistemas algebraicos analíticos, atribuyéndolo en parte a la falta de ambientes enriquecidos y recursos, así como a poco enfoque en la consolidación de competencias desde grados anteriores.

Implementación de la Propuesta y Transformación Didáctica: La intervención mediada por TIC y la Teoría de las Representaciones Semióticas se refleja en los resultados del postest, donde se observa un aumento significativo en el número de respuestas correctas y una menor dispersión de puntajes. Los docentes, a través de las entrevistas, atribuyen este progreso a la posibilidad de vincular la matemática con la vida real, modelar en distintos registros y utilizar herramientas como GeoGebra o Desmos, aunque enfatizan que la infraestructura y acceso a tecnología sigue siendo una limitante.

Evolución en Registros Semióticos y Análisis de Desempeño: Los datos cuantitativos indican que, tras la propuesta, los estudiantes superaron mejor los desafíos ligados a la interpretación y utilización de representaciones gráficas y contextuales; los docentes reconocen que estos registros son

más fáciles de asimilar para los aprendices, en contraste con el lenguaje algebraico, que sigue siendo el reto principal. Hay consenso en que la práctica repetida y el trabajo con TIC vuelve más accesible el tránsito entre registros, aunque se debe reforzar la integración conceptual.

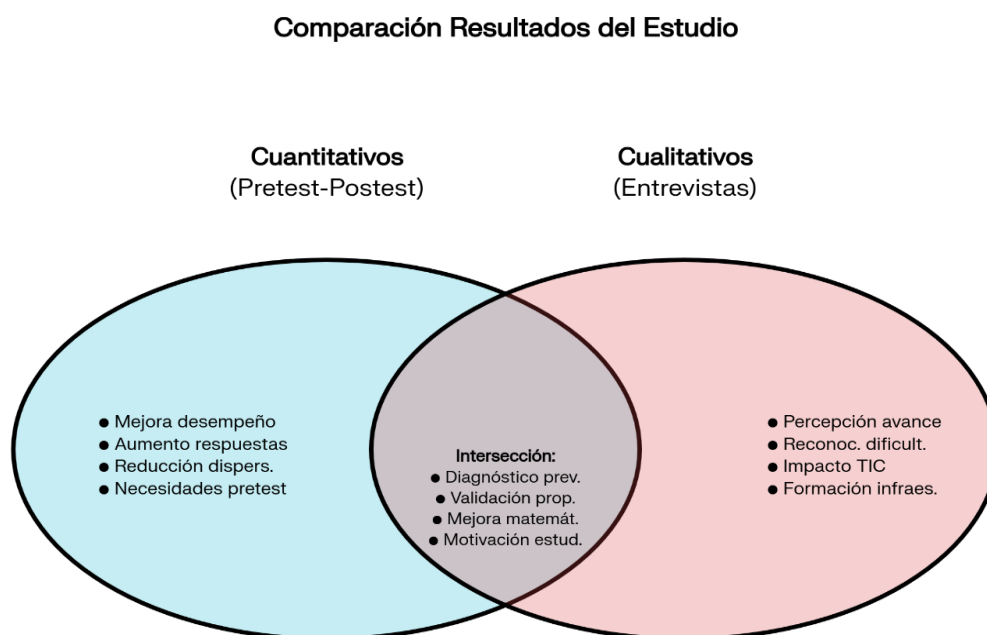
Percepción de Avance, Inclusión y Desafío: Tanto la elevación de las medianas en el postest como las observaciones de los docentes reflejan un avance global, mayor motivación, y mejor actitud hacia las matemáticas. Los profesores indican cambios positivos en la autoconfianza, participación y manejo autónomo y colaborativo del aprendizaje. Sin embargo, advierten sobre la persistencia de brechas derivadas de diferencias de base, limitaciones en recursos y la necesidad de continuar formando a los docentes en el empleo eficaz de herramientas tecnológicas y recursos didácticos innovadores.

Reflexión sobre el Contexto y Sostenibilidad: Docentes señalan que la consolidación de competencias sigue siendo compleja si el entorno educativo carece de conectividad, materiales o acompañamiento sistemático. Plantean la importancia de la evaluación diagnóstica, el uso de estrategias activas (juegos, proyectos, guías) y la capacitación continua para que las mejoras observadas sean sostenibles y equitativamente alcanzables.

Este análisis se visualiza en el siguiente Diagrama de Venn (ver la figura 9.):

Figura 9

Diagrama de Venn



Nota: Aspectos relacionados con los resultados. Fuente: Elaboración Propia, (2025).

El análisis de la figura indica que, en el caso de los resultados cuantitativos, se alcanzaron mejoras en desempeño, aumento de respuestas correctas, reducción de la dispersión y diagnóstico de necesidades en el pretest, mientras que los hallazgos bajo el enfoque cualitativo indican un avance en el reconocimiento de dificultades conceptuales, impacto positivo del uso de TIC y necesidades de formación e infraestructura. En la intersección se reflejan aspectos coincidentes: el diagnóstico compartido de carencias previas, validación de la propuesta, mejora en las competencias matemáticas y motivación estudiantil.

La triangulación evidencia alta correspondencia entre los resultados empíricos y las valoraciones docentes: la propuesta didáctica basada en TIC y la teoría de las representaciones semióticas logra mejorar sustancialmente el aprendizaje y equiparar oportunidades, aunque persisten desafíos vinculados a la complejidad del álgebra, la heterogeneidad de los grupos y la falta de infraestructura. La experiencia destaca la necesidad de propuestas didácticas multimodales, contextualizadas y tecnológicamente apoyadas como vía efectiva para fortalecer competencias matemáticas en secundaria. Finalmente, las principales limitaciones del estudio realizado pueden sintetizarse así:

Limitaciones tecnológicas y de infraestructura: Los docentes entrevistados y la realidad institucional evidencian que existe un acceso insuficiente a dispositivos y a conectividad estable. Esto limita la posibilidad de implementar de manera continua y equitativa actividades mediadas por TIC, afectando potencialmente el alcance real y la sostenibilidad de la propuesta didáctica.

Brechas en la formación y capacitación docente: Algunos profesores reconocen que no todos dominan herramientas TIC o recursos digitales avanzados (GeoGebra, Desmos, OVA, RED) y que la integración pedagógica de estas tecnologías no es homogénea entre todos los actores educativos, lo que repercute en la calidad de la mediación didáctica.

Diversidad y heterogeneidad en el grupo de estudiantes: Existen diferencias notorias en los niveles de competencia y hábitos de estudio según el origen académico de los estudiantes y su tránsito previo por la institución. La falta de bases sólidas y la promoción de estudiantes sin dominio de las competencias impacta negativamente la consolidación de nuevos aprendizajes.

Dificultad para consolidar competencias abstractas: El proceso de apropiación conceptual de lo algebraico resultó ser más complejo y lento, mostrando que la propuesta tiene efectos más visibles en representaciones gráficas y cotidianas, pero enfrenta retos persistentes en el desarrollo pleno del lenguaje algebraico y el razonamiento formal.

Falta de ambientes enriquecidos de aprendizaje: A pesar del diseño de actividades innovadoras, la ausencia de entornos ricos y recurso limitado de laboratorio, biblioteca o materiales dinámicos condiciona la vivencia de experiencias didácticas profundas y contextualizadas.

Tiempo limitado de intervención: El tiempo designado para la implementación de la propuesta suele ser corto en comparación con el periodo necesario para observar cambios estructurales y sostenibles en competencias matemáticas complejas.

Dificultad de generalización: Si bien los resultados son positivos dentro del contexto intervenido, la extrapolación de conclusiones a otros contextos escolares debe hacerse con prudencia, considerando las particularidades demográficas, culturales y tecnológicas de cada entorno.

Estas limitaciones sugieren la importancia de considerar factores contextuales, la necesidad del fortalecimiento continuo de la infraestructura y formación docente en TIC, así como de extender los tiempos de intervención para lograr cambios más consistentes y equitativos en el desarrollo de competencias matemáticas. Las entrevistas confirman la apreciación de los docentes sobre el avance: se destaca la participación, la autonomía en el aprendizaje y la aplicación de estrategias como la modelación de problemas, proyecto y trabajo colaborativo, lo cual sugiere que se consolidaron las competencias con la mediación de los contenidos utilizando recursos digitales contextualizados y ambientes virtuales activos.

Discusión

La revisión documental realizada, junto con las respuestas de los docentes, permitieron reconocer el alcance de las Representaciones Semióticas como estrategia didáctica emergente para el fortalecimiento de las competencias Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos Analíticos en los estudiantes del grado 10 de Educación Secundaria, en coherencia a los postulados de Duval (2006)

quien afirma que no se trata de buscar la relación entre representaciones y el objeto implícito, sino su capacidad para la conversión y el tratamiento de las representaciones semióticas, los cuales son cognitivamente independientes, sin embargo, matemáticamente la conversión depende del tratamiento o proceso.

Por otra parte, la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas ha transitado un camino largo y complejo hasta el día de hoy, siendo diferenciados los métodos como las herramientas para cada nivel educativo como para el contenido temático desarrollado. De tal forma que las matemáticas de los grados 9no y 10mo exigen el manejo del pensamiento variacional y los sistemas algebraicos analíticos; en este sentido, tanto la enseñanza mediada por el docente como el aprendizaje alcanzado por el estudiante se ve determinado por la capacidad de modelar, representar y analizar las variaciones entre las variables con un lenguaje algebraico, del cual hacen parte fundamental las funciones.

Como indica el estudio de Banoy-Suárez y Montoya-Marín (2023), la tecnología ha impactado el alcance de la educación, con la 4ta Revolución Industrial en todos los ámbitos de la vida diaria, esto exige que los docentes asuman su rol protagónico como expertos o al menos competentes en el manejo de los componentes tecnológicos que facilitan la mediación eficaz de los aprendizajes. Por lo tanto, pensar los procesos algebraicos desde los contextos de variación y cambio hace referencia a la forma de ver las expresiones algebraicas desde las diversas situaciones que posibilitan expresar la generalización. Esto se puede lograr a través de las interrelaciones entre los lenguajes verbal, icónico, gráfico y simbólico. Estos conceptos guardan cierta con los resultados de este trabajo, dado que para lograr ubicarse en el dominio autónomo los estudiantes deberán ser intervenidos didácticamente.

Los indicadores presentes en cada nivel permitieron identificar el nivel en que se encuentran los estudiantes del grado 10 de Educación Secundaria de la Institución Educativa General Santander en Villa del Rosario – Norte De Santander con respecto a la competencia Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos Analíticos, tomando como referente los resultados de la prueba pretest y la perspectiva de los docentes, obtenida a través de la entrevista; con esta información se pudo inferir que:

a) El aprendizaje de las matemáticas es un proceso que exige un ambiente donde los estudiantes puedan concentrarse, pero a su vez ser capaces de crear, imaginar e interpretar los contenidos. Por eso es tan importante despertar el interés en ellos y motivarlos para que sientan gusto por las matemáticas.

b) Son pocos los estudiantes que logran formular, plantear o resolver problemas de matemáticas; por el contrario, la mayoría necesita de refuerzos del grado anterior, muchos de ellos no aprendieron bien y esas falencias se reflejan en su desempeño.

c) Las funciones lineales exigen que los estudiantes sepan manejar conocimientos sobre ecuaciones, operaciones algebraicas y sobre todo, el uso del plano cartesiano; lo cual resulta algo difícil de hacer en clase con herramientas TIC, por lo que se recurre a los métodos tradicionales.

d) Dentro de lo posible se han llevado a cabo actividades didácticas como secuencias y pruebas dinámicas para que los estudiantes trabajen en equipo y busquen entre ellos la forma de solucionar los talleres. Los resultados han sido medianamente satisfactorios.

e) En el plantel educativo no hay buena conectividad a internet, entonces es muy difícil usar recursos que impliquen su acceso. Sin embargo, algunos proyectos de aula se han realizado de forma virtual con el uso de los celulares y tablets, logrando una efectividad de más del 80% en los aprendizajes.

f) Los estudiantes de 10mo tienen debilidades que traen desde el 9no grado en temas como las funciones lineales, por lo cual pueden identificar conceptos básicos como la pendiente, el término independiente, la abscisa y la ordenada en un plano cartesiano; pero les resulta más difícil resolver

problemas que exigen un nivel de competencias más profundo como graficar o interpretar los datos de una gráfica.

g) Esta competencia no siempre es identificada con facilidad en una evaluación, más bien hace parte de la resolución de problemas para temas como las funciones lineales; esto ha hecho que los docentes no podamos reconocer con precisión en qué nivel se encuentra cada estudiante al momento de iniciar las clases. Solo se les califican las pruebas.

h) Cada niño o joven aprende a su propio ritmo, pero ese ritmo debe ser uniforme, es decir, el grupo debe tener un nivel semejante en el alcance de las competencias matemáticas; cuando esto no sucede, el grupo se atrasa, o los estudiantes bajan su rendimiento académico.

i) Aprovechar las TICs, como los RED y los AVA en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas tiene muchas ventajas, porque éstas no son muy fáciles de enseñar ni de aprender, se necesita motivación, interés y disciplina para consolidar un conocimiento o hacer que sea eficaz. La tecnología es una herramienta perfecta para lograr que los niños y los jóvenes quieran resolver temas como las funciones lineales.

j) Resulta evidente que los estudiantes muestran un mayor interés por participar en los talleres, resuelven con mayor ingenio o creatividad los problemas, muestran una mejor comunicación con sus compañeros.

En suma, los resultados del pretest revelan carencias y desigualdades en las competencias matemáticas antes de la intervención, constituyendo la línea base para medir el impacto de la propuesta y priorizar acciones pedagógicas dirigidas a mejorar el aprendizaje en estos dominios. Los hallazgos hasta este punto tienen que ver con las fases de reconocimiento y diagnóstico del nivel alcanzado por los estudiantes del grado 10 en el aprendizaje de las funciones lineales, considerando los resultados de la prueba pretest que les fue realizada bajo el enfoque de las Representaciones Semióticas, para validar el alcance de la competencia Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos Analíticos. En este orden de ideas, lo primero que se observó fue la escasa articulación de los contenidos con la realidad o el entorno en el que se desenvuelven los estudiantes.

Asimismo, se encontró que muchos de ellos alcanzaron un nivel de competencia resolutivo, mientras que otros un nivel autónomo. Esto significa que han superado el nivel inicial o receptivo. Sin embargo, ninguno de los estudiantes alcanzó un nivel estratégico; lo cual permite inferir que, si bien tienen un rendimiento básico en la conversión de los problemas, aún no logran interpretarlos correcta o totalmente. Es decir, no alcanzan a elaborar un planteamiento ni a formular un problema de manera autónoma valiéndose de las gráficas o los objetos matemáticos a su alcance, porque aún requieren del apoyo del docente o de otras fuentes para concluir de forma preliminar, que los estudiantes deben ser intervenidos didácticamente para mejorar esta competencia.

Por otra parte, el tratamiento de las funciones, desde una perspectiva dinámica tiene que ver con los procesos de experimentación, reflexión, construcción de significados y formas de expresar la generalidad como resultado de los procesos de modelación matemática de diferentes tipos de situaciones. Por lo tanto, tiene estrecha relación con los procesos algebraicos, no tanto por la prioridad de utilizar el lenguaje simbólico del álgebra, sino, por las diferentes formas de representación que ésta ofrece para estudiar las situaciones de variación y cambio y por las relaciones que podemos establecer entre éstas.

En los Lineamientos Curriculares se puede interpretar que uno de los caminos para armar de sentido este eje temático es el relacionado con la contextualización de actividades que promuevan la modelación a partir del análisis de una situación a través de diferentes sistemas de representación: tabular, gráfico, verbal y la expresión simbólica. Sobre este aspecto, autores como Tocto (2015) indican que la mayoría de los estudiantes transitan por los siguientes registros de representación semiótica: lengua natural, tabular, algebraico y gráfico, lo cual les permite hasta cierto punto realizar la conversión

de los problemas, aunque no entiendan con claridad cómo interpretarlos; es decir, que les cuesta mucho trabajo explicar en su propio lenguaje tanto el procedimiento que se llevó a cabo, como los resultados alcanzados.

De la misma manera, Chacón (2017) explica que las evidencias de muchos de los estudios realizados revelan problemas para abstraer los procesos y formular las soluciones en la enseñanza-aprendizaje de las funciones, como en muchos otros contenidos del área de la matemática en secundaria. En consecuencia, se asume como alternativa a esta situación, los aportes de autores como García Bramasco et al. (2018), quien describe el uso de secuencias didácticas que favorecen el tratamiento y las conversiones entre representaciones semióticas y donde se prioriza la articulación de los distintos registros a través del planteamiento de problemas contextualizados en el entorno del estudiante, otorgando sentido a la construcción del concepto de función.

Esto considerando que, debido a la naturaleza semiótica de la matemática no es posible acceder a ella por medio de la simple percepción. Por esa razón, la propuesta a realizar en este estudio consistiría en implementar una intervención didáctica construida sobre la Teoría de las Representaciones Semióticas y mediada por las TIC, orientada al fortalecimiento del Pensamiento Variacional y los Sistemas Algebraicos Analíticos en estudiantes de grado 10° de secundaria, partiendo como ya se hizo, de un diagnóstico inicial con las pruebas (pretest) para medir el nivel de competencias matemáticas en los estudiantes en los dominios seleccionados, identificando las necesidades y las áreas de oportunidad.

Seguidamente se procede a elaborar una propuesta didáctica fundamentada en la Teoría de las Representaciones Semióticas, priorizando el uso de diversos registros de representación (gráficos, simbólicos, concretos, tecnológicos), especialmente en el abordaje de las funciones lineales. Se seleccionan recursos TIC que favorezcan la visualización, manipulación y relación dinámica de los conceptos matemáticos; la cual es ejecutada en el aula mediante actividades estructuradas, usando herramientas TIC (como software matemático, aplicaciones gráficas y plataformas interactivas) para mediar la construcción y reconocimiento de las competencias. Los estudiantes trabajarán individual y colaborativamente en tareas que promuevan la resolución de problemas y el uso de tecnologías digitales para modelar y analizar sistemas algebraicos y situaciones variacionales.

De esta forma, se aporta en la generación de conocimiento se centra entonces en la utilidad de las herramientas GeoGebra y Demos, para mediar estos aprendizajes, despertando el interés en los estudiantes, afianzando la competencia Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos Analíticos, este pensamiento variacional se desarrolla en estrecha relación con los otros tipos de pensamiento matemáticos y de otras ciencias, en especial a través del proceso de modelación y situaciones naturales y sociales, por medio de modelos matemáticos. Finalmente, se socializan los hallazgos, sugerencias de mejora y orientaciones para futuras prácticas didácticas en la institución.

4. Conclusiones

Tras la implementación de la propuesta, los docentes reportan mayor motivación, mejor actitud hacia las matemáticas, más participación, trabajo colaborativo, mejor comprensión de las funciones lineales y mayor seguridad al usar registros gráficos y contextuales; mientras que, el análisis del nivel de competencia según el enfoque socioformativo muestra que muchos estudiantes pasan del nivel inicial o receptivo a un nivel resolutorio, y algunos alcanzan un nivel autónomo en el manejo de representaciones semióticas y resolución de problemas, aunque ninguno llega todavía al nivel estratégico. Estas evidencias cualitativas corroboran que la propuesta favoreció el fortalecimiento del Pensamiento Variacional y los Sistemas Algebraicos Analíticos, tal como plantea el objetivo general y la hipótesis. En general, el estudio permitió establecer criterios pedagógicos, didácticos y tecnológicos claros para el diseño de la propuesta, entre ellos: la necesidad de integrar de forma progresiva distintos registros de representación, promover tareas que exijan conversión entre ellos, utilizar contextos

significativos y articular estas acciones con herramientas TIC como GeoGebra, Desmos, OVA y recursos digitales interactivos. Los profesores reconocen avances sustanciales en la motivación, la confianza y la actitud de los educandos hacia la matemática, valorando que las actividades diseñadas favorecieron el tránsito entre lo concreto, lo gráfico y lo simbólico, además de afianzar el sentido y la utilidad de los aprendizajes.

En este sentido, la estrategia aportó significativamente a los procesos de: identificación y reconocimiento de la variación en diferentes contextos, la modelación y el uso de representaciones semióticas, y la relación del pensamiento variacional con otros tipos de pensamientos. Estos avances se reflejaron en una mayor capacidad para interpretar, modelar y representar situaciones de variación y cambio en diferentes registros, lo que indica que la propuesta didáctica basada en las Representaciones Semióticas mediada por las TIC contribuyó de manera efectiva al fortalecimiento de las competencias Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos Analíticos en el grupo intervenido. Los datos evidencian que la propuesta basada en la Teoría de las Representaciones Semióticas incentivó el uso de TIC para visualizar e interactuar con modelos matemáticos, permitiendo que los estudiantes relacionaran el lenguaje abstracto del álgebra con registros gráficos y numéricos, y con situaciones de la vida cotidiana. Tanto los resultados cuantitativos como cualitativos corroboran el potencial de la mediación tecnológica para optimizar el proceso de aprendizaje en matemáticas. Recursos y plataformas como GeoGebra o Desmos permitieron visualizar conceptos, modelar funciones lineales y estimular la participación colaborativa, transformando la experiencia extracurricular y promoviendo la autonomía de los estudiantes.

Referencias

- Álvarez-Gil, Y. R. (2021). La evaluación de las competencias matemáticas abordada desde lineamientos socio formativos basados en las evidencias. *Revista Boletín Redipe*, 10(4). <https://doi.org/10.36260/rbr.v10i4.1257>
- Ayala García B., (2023) “Uso y refinamiento de representaciones semióticas para estudiantes de licenciatura en Matemáticas”. *Revista Pedagógica TECNÉ EPISTEMIS DIDAXIS*. Pp.211-230. <https://revistas.pedagogica.edu.co/index.php/TED/article/view/17098/12775>
- Banoy-Suarez, Wilder, & Montoya-Marín, Edier Alexánder. (2022). Desarrollo de Competencias Digitales en Docentes de Educación Básica y Media. *Revista Tecnológica-Educativa Docentes* 2.0, 15(1), 59-74. Epub 16 de junio de 2023. https://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2665-02662022000300059
- Barrera Morales M., (2022). Investigación Acción. Cica-Sypal. *Revista Realidad Educativa*, julio 2022, v. 2, n.º 2, ISSN: 2455-6134
- Benavides Criollo G., Benavides Criollo N., Jumbo Sandoval C., (2018). Uso de Geogebra como recurso didáctico para el estudio, la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en el aula. <https://www.pedagogia.edu.ec/public/docs/3d0d8e28687965d22d16dad72b37b692.pdf>
- Cedeño –Guadamud A., Pazmiño –Campuzano M., (2024). Uso de herramientas digitales para el aprendizaje de las funciones lineales en estudiantes de 1ero BGU. Vol.8 No. 3(2024): *Journal Scientific Investigar* ISSN: 2588–0659 <https://doi.org/10.56048/MQR20225.8.3.2024595-612> <https://www.investigarmqr.com/ojs/index.php/mqr/article/view/1492/4961>
- Chacón, A. F. (2017). *Función lineal: una aproximación por medio de los registros de representaciones semióticas con estudiantes de nivel secundario (tesis de maestría)*. Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Cifuentes-Medina, E., Chacón-Benavides, J. A. & Fonseca-Correa, L. Á. (2020). Análisis de los resultados de las Pruebas Saber Pro en estudiantes de la licenciatura en Educación Básica de la

- Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (UPTC). Plumilla Educativa, 25 (1), 125-151. Doi: 10.30554/pe.1.3833.2020
- Codina L., (2023). Estudios de caso: características, tipología y bibliografía comentada. <https://www.lluiscodina.com/estudios-de-caso/>
- Cox Figueroa E., Espinoza Sánchez M., Macías Barberán J., Salas Giler J., (2023). Aplicación de DESMOS para la enseñanza de funciones exponenciales. Revista Polo del Conocimiento vol. 8 N. 12. Publicado 02 de diciembre de 2023. <https://polodelconocimiento.com/ojs/index.php/es/article/view/6285/15804>
- Coy Chacón I., García Castro L., (2023). Conversiones Semióticas del Objeto Matemático Función Lineal desde los Objetos Virtuales de Aprendizaje. Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar Septiembre-Octubre, 2023, Volumen 7, Número 5.
- Creswell, J. W., Plano Clark, V. L. (2011). Diseño y conducción de investigación con métodos mixtos. Thousand Oaks, CA: Sage. DOI:10.1177/1558689807306132
- Creswell, J.W. y Creswell, J.D. (2017). Diseño de investigación: Enfoques cualitativos, cuantitativos y mixtos. Publicaciones SAGE. (Trabajo original publicado en 2009).
- Duval R., (2006). Un análisis cognitivo de los problemas de comprensión en matemáticas. Estudios Educativos en Matemáticas, 61(1), 23–44.
- Duval R., (1993). Semiosis y noesis. En E. Sánchez y G. Zubieta (Eds.), Lecturas en didáctica de la matemática: Escuela Francesa (pp. 118-144). México: Sección de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN.
- Duval R., (1999). Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes. Universidad del Valle. Cali. Colombia
- Duval R., (2004). Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Colombia: Grupo de Educación Matemática.
- Duval R., (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. La Gaceta de RSME. (1), pp. 143-168.
- Duval R., (2016). Un análisis cognitivo de problemas de comprensión en el aprendizaje de las matemáticas. En Duval, Raymond; Sáenz-Ludlow, Adalira (Eds.), Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas Énfasis. (pp. 61-94). Bogotá, Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Erazo Hurtado J., Aldana Bermúdez E., Gutiérrez Zuluaga H., (2022). El desarrollo del pensamiento matemático Sociocrítico como aporte al fortalecimiento de la conciencia ambiental en estudiantes de educación media. Revista Boletín REDIPE.
- Finol, M., & Vera, J. (2020). Paradigmas, enfoques y métodos de investigación: análisis teórico. Revista Mundo Recursivo, 3(1), 1-24
- Fonseca-Guzmán, M. A., & Duarte, J. F. (2019). El papel de las competencias matemáticas en el nuevo modelo educativo. Trans-Pasando Fronteras, (16), 123-141. <https://doi.org/10.18046/retf.i16.3241>
- García Bramasco F., Mendoza Reyes S., Castillo Márquez D., Gómez Dávalos A., (2018). Aprendizaje del concepto de función a través de las representaciones semióticas. Publicación editada por la Universidad Tecnocientífica del Pacífico, S.C. Calle 20 de noviembre, 75, Col. Mololoa, C.P. 63050. Tel (311)212-5253. Fecha: octubre 2018 www.tecnocientifica.com Primera Edición. <https://libros-utp.com/index.php/editorialutp/catalog/download/61/50/267?inline=1>

- Godino, J. D. (2014). La Teoría de las Representaciones Semióticas en la Didáctica de la Matemática. *Revista de Educación Matemática*, 29(3), 73–91.
- González Castañeda A., Flores Quiroz M., Vargas Amaya M., (2021). Desmos: calculadora grafica para la enseñanza de funciones y sus representaciones semióticas. Área temática 18. Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en educación. Línea temática: Innovación educativa y tecnología digital. Tipo de ponencia: Intervención Educativa. <https://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v16/doc/0782.pdf>
- Guerrero Morales L., (2023) “Valoración del alcance de la Teoría de las Representaciones Semióticas de Duval para caracterizar el pensamiento matemático mostrado por estudiantes que participan en los exámenes de Olimpiadas colombianas matemáticas”. Trabajo de Doctorado de la Universidad Antonio Nariño. Bogotá-Colombia. <https://repositorio.uan.edu.co/server/api/core/bitstreams/46dd5754-ff5a-4037-8afc-186623d848db/content>
- Hernández Mosqueda J.S., (2013). Procesos de Evaluación de las Competencias desde la Socioformación. *Ra Ximhai*, vol. 9, núm. 4, septiembre-diciembre, 2013, pp. 11-19 Universidad Autónoma Indígena de México El Fuerte, México
- Hernández Sampieri R.; Fernández, C.; Baptista, M. P. (2018). Metodología de la investigación. 7ma edición. México D.F., México: McGraw-Hill.
- Hernández Sampieri R., Mendoza Torres C., (2018). Metodología de la Investigación: Las rutas cualitativa, cuantitativa y mixta. México D.F., México: McGraw-Hill
- Hurtado de Barrera J., (2010). Metodología de la Investigación. Guía para la comprensión holística de la ciencia. Tercera edición. Universidad Nacional Abierta. Dirección de Investigación y Posgrado.
- Johnson, R. B.; Onwuegbuzie, A. J. y Turner, L. A. (2007). Hacia una definición de la investigación con métodos mixtos. *Revista de Investigación con Métodos Mixtos*, 1(2), 112–133. <https://doi.org/10.1177/1558689806298224>
- López Orozco L., (2018). Uso del GeoGebra como herramienta para el estudio de la función lineal con estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Latinoamericana. Universidad Católica de Manizales. <https://repositorio.ucm.edu.co/bitstream/10839/2204/1/Luis%20Enrique%20L%C3%B3pez%20Orozco.pdf>
- Martell J., (2022). Matemáticas para un desarrollo justo y sostenible. <https://www.somosiberoamerica.org/tribunas/matematicas-para-un-desarrollo-justo-y-sostenible/>
- Martínez Godínez V., (2013). Paradigmas de investigación Manual multimedia para el desarrollo de trabajos de investigación. Una visión desde la epistemología dialéctico-crítica. https://pics.unison.mx/wp-content/uploads/2013/10/7_Paradigmas_de_investigacion_2013.pdf
- Martínez Chaparro W., Salazar Torres J., (2024). Estrategia didáctica basada en representaciones semióticas mediadas por GeoGebra para el aprendizaje de la elipse. Maestría. Universidad Francisco de Paula Santander. <https://repositorio.ufps.edu.co/entities/publication/b184daf7-952d-4627-b2ee-3ecb546fdc4c>
- Ministerio de Educación Nacional- MEN. (2018). Lineamientos curriculares. <https://www.mineducacion.gov.co/portal/micrositios-preescolar-basica-y-media/Direccion-de-Calidad/Referentes-de-Calidad/339975:Lineamientos-curriculares>

- Morales Martínez Z., (2024) “Influencia de las representaciones semióticas: un enfoque cognitivo en el aprendizaje de matemática básica”. Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas (UPC). https://repositorioacademico.upc.edu.pe/bitstream/handle/10757/624341/MoralesM_Z.pdf?sequence=4&isAllowed=y
- Morgan, D. L. (2007). Paradigmas perdidos y pragmatismo recuperado: Implicaciones metodológicas de la combinación de métodos cualitativos y cuantitativos. *Revista de Investigación de Métodos Mixtos*, 1(1), 48-76. <https://doi.org/10.1177/2345678906292462>
- Niebles, W., Martínez-Bustos, P., & Niebles-Núñez, L. (2019). Competencias matemáticas como factor de éxito en la prueba pro en universidades de Barranquilla, Colombia. *Educación Y Humanismo*, 22(38), 1-16. <https://doi.org/10.17081/eduhum.22.38.3590>
- Observatorio ProFuturo (2023). Competencias digitales docentes: guía básica. <https://profuturo.education/observatorio/enfoques/competencias-digitales-docentes-guia-basica/#>
- Oviedo, L. M., Kanashiro, A. M., Bnzaquen, M., Gorrochategui, M. (2012). Los registros semióticos de representación en matemática. *Aula Universitaria*, 1(13), 29-36.
- Prada-Núñez R., Hernández-Suarez C. y Jaimes L., (2017). Representación semiótica de la noción de función: concepciones de los estudiantes que transitan del Colegio a la Universidad. *Panorama*, 11(20)
- Prada-Núñez, R., Hernández-Suárez, C., Ramírez-Leal, P. (2016). Comprensión de la noción de función y la articulación de los registros semióticos que la representan entre estudiantes que ingresan a un programa de Ingeniería. *Revista Científica*, 2(25), 188-205.
- Restrepo-Becerra, J. (2017). Concepciones sobre competencias matemáticas en profesores de educación básica, media y superior. *Revista Boletín Redipe*, 6(2), 104–118. Recuperado a partir de <https://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/199>
- Rico-Romero, L. & Lupiáñez-Gómez, J. L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza.
- Suárez Salvador J., Duardo Monteagudo C., Rodríguez Marín R., (2020). El desarrollo de la competencia matemática mediante problemas con aplicaciones de las funciones. *Revista Chakiñan de Ciencias Sociales y Humanidades*, núm. 12, pp. 118-134, 2020. Universidad Nacional de Chimborazo. <https://www.redalyc.org/journal/5717/571765653009/html/>
- Tamayo Alzate O., (2016). Representaciones semióticas y evolución conceptual en la enseñanza de las ciencias y las matemáticas. *Revista Educación y Pedagogía*, Medellín, Universidad de Antioquia, Facultad de Educación, vol. XVIII, núm. 45, (mayo-agosto), 2006, pp. 37-49.
- Tashakkori, A.; Johnson, R. B. y Teddlie, C. (2020). *Fundamentos de la investigación con métodos mixtos: Integración de enfoques cuantitativos y cualitativos en las ciencias sociales y del comportamiento*. Publicaciones SAGE.
- Tobón S., Pimienta Prieto J., García Fraile J., (2010). *Secuencias didácticas: Aprendizaje y evaluación de competencias*. México: Pearson.
- Tobón, S. (2012). *El enfoque socioformativo y las competencias: ejes clave para transformar la educación*. México: CIFE.
- Tocto, E. (2015). *Comprensión de la noción función cuadrática por medio del tránsito de registros de representación semiótica en estudiantes de quinto año de secundaria. (Tesis de Maestría)*. Pontificia Universidad Católica del Perú.

- UNESCO. (2016). Declaración de Incheon y Marco de Acción para la realización del Objetivo de Desarrollo Sostenible 4. Incheon: UNESCO.
- Ursini, S., Sánchez, G., Orendain, M., & Butto, C. (2004). El uso de la tecnología en el aula de matemáticas: diferencias de género desde la perspectiva de los docentes. Enseñanza de Las Ciencias. Revista de Investigación y Experiencias Didácticas, 22(3) 409-423. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3873>
- Vasco, Carlos E. (2003). El pensamiento Variacional, la Modelación y las Nuevas Tecnologías. Memorias del Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas. Santafé de Bogotá. 2002. Tomado de: <http://www.mineducacion.gov.co/>